General Theory of Relativity

Prof. Franz Wegner, Universität Heidelberg, SS 2005
3. Übungsblatt Abgabe Montag, 2.5.05 11:15

Wir hatten den Energie-Impuls-Tensor für Ladungen im elektromagnetischen Feld gefunden

We obtained the energy-momentum tensor for charges in the electromagnetic field

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} F_{\nu\kappa} F^{\kappa}{}_{\mu} + \frac{1}{16\pi} \eta_{\mu\nu} F^{\kappa\lambda} F_{\kappa\lambda} + \sum_a m_a u_{a\mu} u_{a\nu} \delta_a(x)$$

mit

with

$$\delta_a(x) = \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a(t))/\gamma_a.$$

Im Folgenden sollen Anteile der Divergenz $\partial^\nu T_{\mu\nu}$ berechnet werden.

In the following contributions of the divergency $\partial^\nu T_{\mu\nu}$ are to be calculated.

Aufgabe 5: Berechne die Divergenz des Anteils

Exercise 5: Calculate the divergency of

$$\sum_a m_a u_{a\mu} u_{a\nu} \delta_a(x). \qquad (4 \text{ P.})$$

Hinweise: Was erhielten wir für

Hints: What did we obtain for

$$\partial^\nu (u_\nu \delta_a(x))$$

und für

and for

$$(\partial^\nu f(x(t)) u_\nu \delta_a(x) \ ?$$

Aufgabe 6:
a) Berechne

Exercise 6:
(i) Calculate

$$\frac{1}{4\pi} (\partial^\nu F_{\nu\kappa}) F^{\kappa}{}_{\mu}. \qquad (2P.)$$

Was ist die physikalische Bedeutung dieses Ausdrucks? Berechne dazu die Komponente $\mu = 3$. (2 P.)
b) Berechne

What is the physical meaning of this expression? For this purpose calculate the component $\mu = 3$. (2 P.)
(ii) Calculate

$$\frac{1}{4\pi} F_{\nu\kappa} \partial^\nu F^{\kappa}{}_{\mu} + \frac{1}{16\pi} \eta_{\mu\nu} \partial^\nu (F^{\kappa\lambda} F_{\kappa\lambda}). \qquad (4 \text{ P.})$$