General Theory of Relativity

Prof. Franz Wegner, Universität Heidelberg, SS 2005
5. Übungsblatt Abgabe Montag, 23.5.05 11:15

Aufgabe 9:
Eine langsame Masse bewegt sich in einem Gravitationsfeld längs einer Geodäten.

Exercise 9:
A slow mass moves in a gravitational field along a geodesic line.

$$\ddot{x}^\kappa = -\Gamma^\kappa{}_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu.$$

a) Welche der Christoffel-Symbole $\Gamma^\kappa{}_{\mu\nu}$ geben den führenden Beitrag? (1 P.)

(i) Which of the Christoffel symbols $\Gamma^\kappa{}_{\mu\nu}$ yield the leading contribution? (1 P.)

b) Das Gravitations-Feld sei statisch, das heißt der metrische Tensor hänge nicht von der Zeit ab. Auf welche Komponente $g_{\mu\nu}$ kommt es dann wesentlich an? (1 P.)

(ii) The gravitational field be static, that is the metric tensor be independent of time. Which component $g_{\mu\nu}$ plays then the essential role? (1 P.)

Aufgabe 10:
Man gehe aus von einem metrischen Tensor, der bis auf g_{00} mit dem Tensor η übereinstimmt. $g_{00} = g_{00}(\mathbf{r})$ hänge nur vom Ort, nicht von der Zeit ab.

a) Berechne alle von 0 verschiedenen Christoffel-Symbole. (3 P.)

b) Berechne die zugehörigen Bewegungs-Gleichungen. Wie sollte demnach g_{00} mit dem Gravitations-Potential zusammenhängen? (Man nehme eine langsame Bewegung an) (3 P.)

c) Berechne die Gravitations-Rotverschiebung in diesem Potential, d.h. den Zusammenhang zwischen Zeitablauf $t = x^0/c$ und der Eigenzeit einer ruhenden Uhr als Funktion des Gravitations-Potentials. (2 P.)

Exercise 10:
Start from a metric tensor which with the exception of g_{00} agrees with the tensor η. $g_{00} = g_{00}(\mathbf{r})$ should depend only on local space, but not on time.

(i) Calculate all not vanishing Christoffel symbols. (3 P.)

(ii) Calculate the corresponding equations of motion. How should g_{00} be related to the gravitational potential? (Assume a slowly mowing mass) (3 P.)

c) Calculate the gravitational redshift in this potential, that is the relation between the time $t = x^0/c$ and the proper time of a clock at rest as a function of the gravitational potential. (2 P.)