General Theory of Relativity

Prof. Franz Wegner, Universität Heidelberg, SS 2005

7. Übungsblatt Abgabe Montag, 6.6.05 11:15

Aufgabe 13: Für die Bewegung eines Massenpunktes in einem schwachen Gravitationsfeld der Masse m fanden wir die Bewegungsgleichung

Exercise 13: We obtained the equation of motion for a mass moving in a weak gravitational field of a mass m

$$\dot{\mathbf{u}} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{u}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{(u^0)^2 + \mathbf{u}^2}{c^2}\mathrm{grad}\chi(r) + \frac{2\mathbf{u}}{c^2}(\mathbf{u}\cdot\mathrm{grad}\chi(r)).$$

Unter der Annahme, dass die Masse im Feld nur schwach abgelenkt wird, aber schnell sein kann, und sie sich dem Gravitationszentrum bis auf die Entfernung a nähert, kann man zunächst

Assuming that the mass is only weakly deflected in the field, but may be fast, and approaches the center of gravitation to a distance a, one may initially set

$$x^3 = u^3\tau, \quad x^1 = a, \quad x^2 = 0$$

ansetzen und die Ablenkung in erster Ordnung im Potential durch Aufintegration von u^1 aus der Bewegungs-Gleichung bestimmen.

and determine the deflection in first order in the potential by integrating u^1 with the equation of motion.

a) Man berechne den Ablenkungswinkel (7 P.)

(i) Calculate the angle of deflection (7 P.)

$$\alpha = \frac{u^1(+\infty) - u^1(-\infty)}{u^3}.$$

b) Welcher Ablenkungswinkel ergibt sich bei einer klassischen Rechnung? Was erhält man, wenn sich die Masse praktisch mit Lichtgeschwindigkeit bewegt? Vergleiche! (3 P.)

(ii) Which angle of deflection does one obtain from a classical calculation? What is the result if the particle moves practically with the velocity of light? Compare! (3 P.)